EXERCICE N°1 :	10'	3 points	

Répondre par **vrai** ou **faux** à chacune des affirmations suivantes, **en justifiant la réponse**.

1°) Soit f une fonction dérivable sur $[-1,1]=I$ dont la dérivée est continue sur I ,

si $f(-1)=-f(1)$ alors la valeur moyenne de f sur I est égale à $\int_1^{-1}\frac{t}{2}f'(t)dt$.

2°) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\int_0^n(\sin x)^{2n}dx=0$.

3°) L'espace est muni d'un repère orthonormé direct. Pour tous vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ on a :

$\|\vec{u}\wedge\vec{v}\|+(\vec{u}\cdot\vec{v})^2=\|\vec{u}\|^2\ \|\vec{v}\|^2$

4°) Soit la fonction f définie sur $[1,2]$ par : $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{x^2+1}$.

et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé alors le volume du solide S obtenu par la rotation de $\mathscr{C}$ autour de l'axe des abscisses est 2 .

EXERCICE N°2 :	30'	5 points	

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points $A(1, 0, -1)$, $B(1,3,5)$, $C(-7,2,2)$ et $H(-1,4,3)$.

1°) a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{HB}\wedge\overrightarrow{HC}$.

b) En déduire qu'une équation cartésienne du plan (HBC) est $x-2y-2z+15=0$.

2°) a) Calculer l'aire du triangle HBC.

b) Montrer que le point H est le projeté orthogonal de A sur le plan (HBC).

c) Calculer alors le volume de tétraèdre $ABCH$.

d) En déduire $\left|\left(\overrightarrow{HB}\wedge\overrightarrow{HC}\right)\cdot\overrightarrow{HA}\right|$.

3°) On considère l'ensemble S des points $M(x,y,z)$ de l'espace tels que : $x^2+y^2+z^2-4y-2z+1=0$.

a) Montrer que S est une sphère et préciser son centre I et son rayon R.

b) Vérifier que I est le milieu du segment $[AH]$.

c) Déterminer la position relative de la sphère S et du plan (HBC).

4°) Soit J (0,0,1).

a) Vérifier que J appartient à S.

b) Calculer la distance du point I à la droite (AJ).

c) En déduire que la droite (AJ) est tangente à S.

Qarray.tn -Agra Blech- Qarray.tn